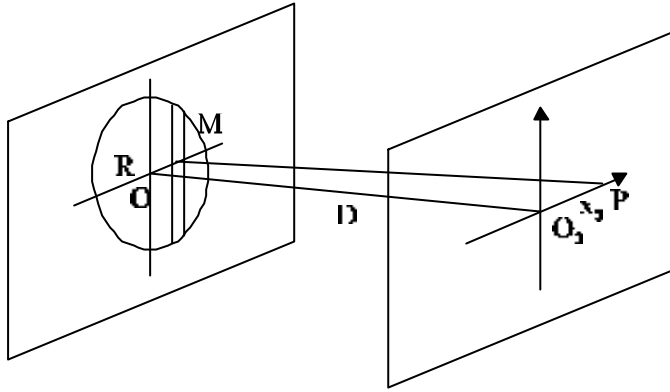


Diffraction à l'infini (fente circulaire)

Cette étude présente beaucoup d'analogie avec celle d'une fente rectangulaire. On considère un écran opaque percé par une fente circulaire de rayon R , éclairée par une onde plane de longueur d'onde λ parallèle au plan de la fente. Le plan d'observation est situé à la distance $OO_0 = D$ de la fente. Compte tenu de la symétrie du problème, il suffit de calculer l'intensité en un point P distant de x_0 de O_0 .



Soit une bande de largeur dx située à la distance $OM = x$.

On calcule δ la différence de chemin entre MP et OP .

$$MP^2 = (\vec{OP} - \vec{OM})^2.$$

$$MP^2 = OP^2 + OM^2 - 2 \cdot \vec{OP} \cdot \vec{OM}$$

$$\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}; \quad \vec{OP} = D \cdot \vec{k} + x_0 \cdot \vec{j}$$

$$\vec{OM} \cdot \vec{OP} = x \cdot x_0.$$

$$OP = \sqrt{D^2 + x_0^2} = d$$

Comme $OM \ll OP$, un développement au premier ordre donne : $\delta = MP - OP = -\frac{xx_0}{d}$.

Le déphasage est donc $\varphi = 2\pi\delta/\lambda$

L'amplitude de la vibration en P , due à la bande de largeur dx , est donc :

$$dp_p = Ae^{j\omega t} \cdot dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{+\sqrt{R^2-x^2}} e^{j\varphi} dy = 2Ae^{j\omega t} e^{j\varphi} \cdot \sqrt{R^2 - x^2} \cdot dx$$

Soit pour l'ensemble de la fente : $p_p = 2A \cdot e^{j\omega t} \int_{-R}^{+R} R \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right)^{1/2} e^{\frac{2j\pi x x_0}{\lambda d}} dx$.

En posant $u = \frac{x}{R}$ et $k = \frac{2\pi x_0 R}{\lambda d}$, on tire :

$p_p = 2A \cdot R^2 \cdot e^{j\omega t} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2} (\cos ku + j \sin ku) dx$ et comme la fonction sinus est impaire, on a :

$$p_p = 4A \cdot R^2 \cdot e^{j\omega t} \int_0^{+1} \sqrt{1-u^2} \cdot \cos ku \cdot dx$$

Cette intégrale doit être calculée numériquement.

L'observable est l'intensité. Elle est proportionnelle au carré de l'amplitude.