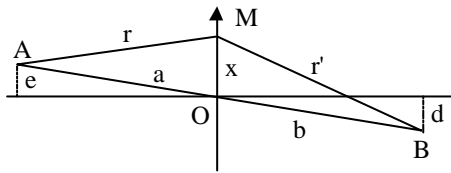


Diffraction de Fresnel

Principe

On considère une source ponctuelle, monochromatique placée en A et un point B sur un écran normal à AB. Un diffracteur plan, également normal à AB, est placé en O.



L'amplitude de la vibration en M est :

$$p = \frac{A}{r} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right)$$

L'élément de surface dS autour de M envoie vers B l'amplitude :

$$dp = \frac{kA}{r \cdot r'} dS \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r+r'}{\lambda} \right) = C \cdot dS \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r+r'}{\lambda} \right)$$

On pose : $r + r' = a + b + \delta$. Un changement d'origine permet d'écrire que le déphasage entre le rayon direct AB et le rayon qui passe par M est δ/λ , soit : $dp = C \cdot dS \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda} \right)$

Or : $r^2 = a^2 - e^2 + (x - e)^2 = a^2 + x^2 - 2e \cdot x$. Un développement au premier ordre donne : $r = a + x^2/2a - e \cdot x/a$. De même, $r' = b + x^2/2b - d \cdot x/b$. Mais $e/a = -d/b$.

Donc : $\delta = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{a+b}{2ab} x^2$. En intégrant sur tout le diffracteur, on tire l'amplitude

diffractée en B qui est : $P_B = C \int_{x_1}^{x_2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \alpha^2 x^2 \right) dx$; $\alpha^2 = \frac{2(a+b)}{a \cdot b \cdot \lambda}$

$$P_B = C \cos \omega t \int_{x_1}^{x_2} \cos \frac{\pi}{2} \alpha^2 x^2 dx + C \sin \omega t \int_{x_1}^{x_2} \sin \frac{\pi}{2} \alpha^2 x^2 dx$$

En écrivant cette amplitude sous la forme $P = C(H \cdot \cos \omega t + K \cdot \sin \omega t)$, on obtient l'expression de l'intensité en B : $I_B = C^2(H^2 + K^2)$.

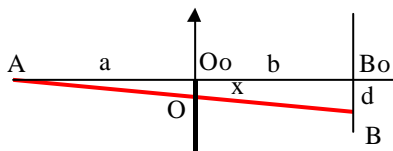
Le changement de variable $t = \alpha x = \sqrt{\frac{2(a+b)}{a \cdot b \cdot \lambda}} x$ donne finalement l'intensité en M :

$$I = \frac{I_0}{2} \left((\xi_{t_2} - \xi_{t_1})^2 + (\eta_{t_2} - \eta_{t_1})^2 \right)$$

Les intégrales $\xi_{t_1} = \int_0^{t_1} \cos \frac{\pi t^2}{2} dt$ et $\eta_{t_1} = \int_0^{t_1} \sin \frac{\pi t^2}{2} dt$ sont les **intégrales de Fresnel**.

Diffraction par le bord d'un écran

On considère une fente, placée en A, éclairée en lumière monochromatique et un écran parallèle à la fente placé en B. Un écran plan également parallèle à la fente est placé en O.



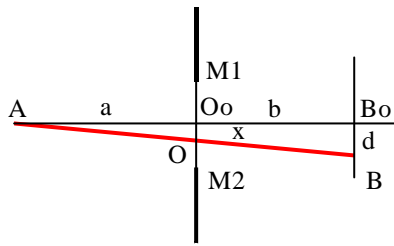
Pour calculer l'intensité lumineuse au point B tel que : $x = a \cdot d / (a + b)$, il faut utiliser les bornes d'intégration $t_1 = \alpha x$ et $t_2 = \infty$. (Les valeurs de x négatives correspondent à l'ombre géométrique de l'écran).

Avec la méthode de Simpson, on calcule les deux intégrales de Fresnel H et K. On peut vérifier que $H(-x) = -H(x)$ et que $K(-x) = -K(x)$ et que pour $t = \infty$, les deux intégrales convergent vers la valeur 0,5. Selon les conditions expérimentales (valeurs de a et de b), on obtient des figures de diffraction homothétiques. On travaille donc en coordonnées réduites.

Pour x positif (dans l'ombre géométrique), l'intensité est $I = \frac{1}{4} (0,5 - H(x))^2 + (0,5 - K(x))^2$. Pour x négatif (zone éclairée), l'intensité est $I = \frac{1}{4} (0,5 + H(x))^2 + (0,5 + K(x))^2$. Les deux cas sont traités successivement et la valeur 0 est exclue.

Diffraction par une fente

On considère en lumière monochromatique une fente source placée en A et une fente écran placée en O_0 . Un écran plan parallèle aux fentes source et diffractante est placé en B.



Le point B est tel que : $OO_0 = x = a.d/(a + b)$. Les bornes d'intégration pour ce point sont :

$$x_1 = OO_0 + O_0M_1 = a.d/(a + b) - e/2$$

$$x_2 = OO_0 + O_0M_2 = a.d/(a + b) + e/2.$$

$$\text{Soit : } t_1 = \sqrt{\frac{2(a+b)}{a \cdot b \cdot \lambda}} \cdot x_1 = \beta \cdot d - \frac{1}{2} \omega$$

$$\text{et } t_2 = \sqrt{\frac{2(a+b)}{a \cdot b \cdot \lambda}} \cdot x_2 = \beta \cdot d + \frac{1}{2} \omega \text{ avec : } \beta = \sqrt{\frac{2a}{b(a+b)\lambda}} \text{ et } \omega = e \cdot \sqrt{\frac{2(a+b)}{a \cdot b \cdot \lambda}}.$$

Les bornes d'intégration peuvent aussi s'écrire : $t_1 = \beta \cdot x - 2\beta \cdot e$ et $t_2 = \beta \cdot x + 2\beta \cdot e$

Les valeurs retenues dans le programme sont :

a = b = 1 m ; l = 0,5 μm soit $\beta \approx 1,4 \text{ mm}^{-1}$. L'axe Ox est gradué en unités $\beta \cdot d$;

En plus de la courbe de l'intensité lumineuse, le programme affiche des bandes colorées dont la couleur est fonction de l'intensité. On travaille avec une palette RVB de 256 niveaux.