Galvanomètre à cadre mobile

Régime statique :

On considère un galvanomètre à cadre mobile. Le cadre est rectangulaire et sa surface vaut S, le nombre de spires est N, l'induction magnétique radiale au niveau des spires vaut B. Le moment d'inertie du cadre vaut I et la constante de rappel des fils de torsion est C.

Les forces qui agissent sur les cotés horizontaux (longueur b) est nulle car le champ est parallèle au courant. Les forces qui s'exercent sur les cotés verticaux (longueur a) sont égales à Nbia . Le couple produit par ces forces opposées est Nbia.b = NBSi.

Si le courant qui traverse le cadre est i , la force de Laplace produit sur le cadre un moment égal NSBi. A l'équilibre le cadre a tourné de l'angle α et on a :

$$\mathbf{C\alpha = NSBi}$$

Régime dynamique :

Le cadre est fermé sur une résistance pure et la résistance totale du circuit est R. On écarte le cadre de sa position d'équilibre et on le laisse revenir à l'équilibre.

Le mouvement du cadre dans le champ magnétique induit un courant i'. La fem induite dans le circuit est

$$e = -d\Phi/dt = -NSB.d\alpha/dt$$

Le courant dans le cadre à l'instant t est égal à :

$$i = -\frac{NSB}{R}\frac{d\alpha}{dt}$$

Il existe des forces d'amortissement proportionnelles à la vitesse dont le moment peut se mettre sous la forme f.dα/dt.

L'équation du mouvement est donnée par :

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} + f\frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = NSBi'$$

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} + (f + \frac{N^2B^2S^2}{R})\frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = 0$$

On pose NBS = Φ. L'expérience montre que le terme d'amortissement f est négligeable devant le terme du aux courants induits.

Finalement, on peut écrire l'équation du mouvement sous la forme :

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{\Phi^2}{R}\frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = 0$$

C'est une équation différentielle linéaire à coefficients constants dont l'équation caractéristique est : $I.r^2 + r.\Phi^2/R + C = 0$.

Si la résistance d'amortissement est grande, le déterminant de l'équation caractéristique est négatif et ses racines sont :

$$r = -\frac{\Phi^2}{2IR} \pm j\sqrt{4IC - \frac{\Phi^4}{R^2}} = \lambda \pm j.\omega$$

La solution générale est donc : $\boldsymbol{\alpha = \alpha_0.e^{-\lambda t}.\cos(\omega t - \varphi)}$.

Les constantes sont déterminées à partie des conditions initiales (amplitude initiale et vitesse initiale).

Le mouvement est **oscillatoire amorti**.

Pour les très grandes valeurs de R , la pseudo période tend vers la période propre du cadre :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}$$

Si le déterminant de l'équation caractéristique est nul celle-ci a une racine double :

$$r = -\sqrt{\frac{C}{I}}$$

La solution est alors $\boldsymbol{\alpha = (A + Bt).e^{-rt}}$

Le cadre revient rapidement à sa position d'équilibre <u>sans osciller</u>. La valeur correspondante de la résistance est la **résistance critique**.

Enfin si le déterminant de l'équation caractéristique est positif celle-ci a deux racines négatives réelles p et q :
La solution est alors $\boldsymbol{\alpha = A.e^{-pt} + B.e^{-qt}}$
Ici encore, les valeurs des constantes A et B sont déterminées à partie des conditions initiales (amplitude et vitesse).
Le cadre retourne à sa position d'équilibre sans osciller. Le mouvement est dit **apériodique**.
Si R tend vers 0, l'une des racines tend aussi vers 0. Le terme exponentiel correspondant décroît très lentement.

En pratique, on prend une valeur de résistance légèrement supérieure à la résistance critique afin que le cadre dépasse sa position d'équilibre avant de se stabiliser.